

## 2018-2019 Güz Dönemi ANALİZ III (A-B) 2. Ödev Soruları

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n} (4x-8)^n$  serisinin yakınsaklık yarıçapını bulunuz. Yakınsaklık aralığının uç noktalarındaki yakınsaklığını araştırınız.
2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left( \frac{2x+1}{x} \right)^n$  serisinin yakınsaklık yarıçapını ve yakınsaklık aralığını bulunuz.
3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx^2}{n^3 + x^3}$  serisinin  $C > 0$  olmak üzere  $[0, C]$  aralığında düzgün yakınsak olacağını gösteriniz.
4.  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n$  serisinin yakınsaklık yarıçapı  $R$  ise ( $0 < R < \infty$ ) aşağıdaki serilerin yakınsaklık yarıçapını hesaplayınız.

$$\text{a. } \sum_{n=0}^{\infty} 2^n a_n x^n \quad \text{b. } \sum_{n=0}^{\infty} n^n a_n x^n$$

$$\text{c. } \sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^n}{n!} a_n x^n \quad \text{d. } \sum_{n=0}^{\infty} a_n^2 x^n$$

5. a)  $|x| < 1$  için  $\sum_{n=0}^{\infty} x^{8n} = \frac{1}{1-x^8}$  olduğunu gösteriniz.

b) a. şikkından yararlanarak  $\sum_{n=1}^{\infty} n x^{8(n-1)} = \frac{1}{(1-x^8)^2}$  olacağını gösteriniz.

6.  $x, y \in \mathbb{R}^n$  ve  $x \neq 0$  olsun. Bu takdirde  $\|x+y\| = \|x\| + \|y\|$  olması için  $\Leftrightarrow y = \alpha x$

olacak şekilde bir  $\alpha \geq 0$  sayısının bulunmasıdır, ispatlayınız.

7.  $s < r$  reel sayılar,  $V = \{x \in \mathbb{R}^n \mid s < \|x\| < r\}$  ve  $E = \{x \in \mathbb{R}^n \mid s \leq \|x\| \leq r\}$  ise  $V$

kümesinin açık,  $E$  kümesinin kapalı olduğunu gösteriniz.

8.  $E \subset \mathbb{R}^n$  bir kapalı alt küme ve  $a \notin E$  ise  $\inf_{x \in E} \|x-a\| > 0$  olduğunu gösteriniz.

9.  $V \subset \mathbb{R}^n$  bir açık alt küme ise  $V = \bigcup_{j \in \mathbb{N}} B_j$  olacak şekilde  $B_1, B_2, B_3, \dots$  açık yuvarlarının

var olduğunu gösteriniz.

10.  $S = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x < 0, 0 \leq y \leq 1\} \cup \{(-1, 3)\}$  kümesinin içini, yığılma noktalarının

kümesini, sınırını ve kapanışını bulunuz.

**Uyarı: Bu on sorunun hepsi cevaplanacak ve 25.12.2018 Salı günü teslim edilecektir...**

**Prof.Dr.Cenap DUYAR, Doç.Dr.Ayşe SANDIKÇI**